

気体拡散の粒径，分子間力依存性

京都市立堀川高校 田村 駿弥

1. 要旨

本論文では気体拡散の粒径及び分子間力依存性について実験を通して論じる。まず，今回の実験では空気を可視化するためにステアリン酸亜鉛を用いたトレーサ粒子混濁法を用いた。実験は，真空ポンプによって気圧を下げた容器の中に，気圧差を用いて空気を噴射し，その空気の広がる幅と，噴射口の直径との差を計測することで気体拡散の幅を定量化した。その計測を，空気を噴射させる容器の中を異なる4種の気体，4種の気圧にした状態で，計184回行った。その結果，気体拡散は噴射させる容器の中の気体の分子径と分子間力に依存していることが分かった。また，この研究を通して，分子径の影響も分子間力の影響も考慮しなくてもよい，実験で使いやすいような気圧の条件が，各気体に存在することが示唆された。

2. 研究目的

2.1 気体に関する研究の現状

気体の流れはカオスなものであり，動き方は非常に不規則的で，予測することは難しい。また，通常，気体は無色であるため目視することができない。これらのことから現在の流体に関する研究では実際に実験を行ってデータを収集することは少なく，数値シミュレーションによってコンピュータ上で気体の流れを再現して研究を行うことが主流となっている。しかし，実際の気体の流れには様々な現象が関係し合っているため，シミュレーションによって実際の気体の流れを完全に再現することは非常に困難である。そこで，実験を行って実際に気体の流れを目視することで気体の流れの傾向を掴むことには大きな意義がある。

2.2 研究動機

著者は煙突から出る煙の不規則的な流れ方に興味を持ち，この一見不規則的な流れの中に何らかの規則性を見出すことができるのではないのかと考えた。そこで気体の流れの研究を行っていた際に，容器Aから容器Bにスプレーで空気を噴射したときの空気の流れが，容器Bの中の気体の種類によって変化することを発見し，気体を噴射した時の拡散について研究を行ってきた。

過去に行った研究により，上記のような試行をする際の気体拡散の要因の1つが分子間の衝突であると考えられることが分かっている。(資料A参照)

そこで本研究では気体拡散が，気体を拡散させる容器内の分子のどのような量に依存しているのかを見出すことを目標として，研究を始めた。

3. 研究方法

3.1 定義

本論文では気体拡散の幅という語句を排気鐘内に噴射された空気が排気鐘の最上部に到達した瞬間の、底面から 18 cm の高さにおけるカメラの映像で目視できる横幅と定義する。これと実験の様子を資料 C で示した。

3.2 気体の可視化

実験を行う際にまず直面した大きな課題は、「見えない」気体をどのように可視化するかということだ。著者は参考文献(2)から以下のような情報を入手し、これを参考にすることで気体の可視化に成功した。

流線とは、その線上の各点での接線がその点における流れの速度の方向に一致する曲線である。流線模様を得るには、流れの中に目印となる微粒子（トレーサ粒子）を一様に混濁させ、各微粒子が描く軌道を適当な露出時間で写真にとればよい。正しい流線模様を得るためには、トレーサ粒子の大きさはなるべく小さいことが望ましい。大きいトレーサ粒子は、たとえその密度が流体の運動に等しい場合でも、剪断流の中で横力をうけるからである。一方、微小なトレーサ粒子は、たとえその密度が流体の密度といちじるしく異なる場合でも流体の運動に正しく追随する。粒子が小さければ小さいほど、その粒子に働く質量力が急激に減少し、面積力（流体から受ける力）が支配的になるからである。

（種子田定俊，1996，流れの可視化，p.3）

この流線模様を得るためにトレーサ粒子を流れの中に一様に混濁する方法をトレーサ粒子混濁法と言う。今回の実験では、トレーサ粒子としてステアリン酸亜鉛を用いて空気を可視化した。

3.3 課題

空気を噴射させる容器内を満たす気体と、気体拡散の幅との関係を見出す実験装置を製作するにあたって気体の可視化の次に直面した課題は、空気を噴射させる速度を一定に保ちながら測定ができるような測定装置を作ることである。容器内を満たす気体が同一のものであっても、噴射させる速度が異なると気体拡散の幅は異なるものになってしまい、これでは容器内を満たす気体と気体拡散の幅との関係を見出すことのできる測定データが得られない。そこで私は気圧差を用いることによる解決方法を考案し、次に示すような測定装置を作成した。

3.4 準備物・使用器具等

シマズ G-50DF（真空ポンプ）・ゴム管・ステアリン酸亜鉛・ゴム栓・排気鐘・真空実験盤・気圧計・ヘリウムガス・酸素ポンプ・二酸化炭素ポンプ・ビニールテープ

3.5 測定手順

以下の図 1,2 に示したような実験装置を考案し，作成した。そして以下の手順の通りに実験を行った。

- 1) 図 1 のように排気鐘と真空ポンプをつなげる。
- 2) 真空ポンプを用いて排気鐘内の気圧を $P[\text{mmHg}]$ まで下げる。
- 3) 排気鐘の換気コックを用いて排気鐘とゴム管との接続を一旦遮断する。
- 4) 真空ポンプを排気鐘から取り外し，代わりに図 2 のように排気鐘とステアリン酸亜鉛を含んだ容器とをつなげる。
- 5) カメラで排気鐘の録画を開始する。
- 6) 排気鐘の換気コックを用いて，排気鐘とゴム管を接続する。
- 7) 排気鐘内部と，ゴム管とステアリン酸亜鉛を含んだ容器との気圧差から，ステアリン酸亜鉛を含んだ空気が排気鐘内に噴射される。
- 8) スローに編集した動画を見て，ステアリン酸亜鉛が排気鐘の上部に到達した瞬間の排気鐘の底から 18cm の高さでの気体拡散の幅を測定する。
- 9) P の値を 4 種の異なる値に設定し，再度 1) から 8) を繰り返す。
- 10) 排気鐘にヘリウムを充填させ，1) から 8) を繰り返す。
- 11) 同様に，排気鐘に酸素を充填させ，1) から 8) を繰り返す。
- 12) 同様に，排気鐘に二酸化炭素を充填させ，1) から 8) を繰り返す。

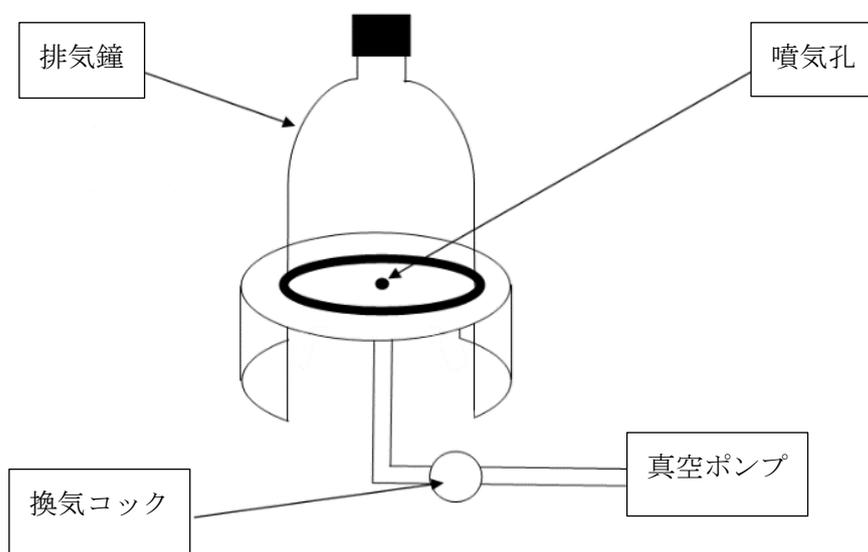


図 1 装置概略(1)

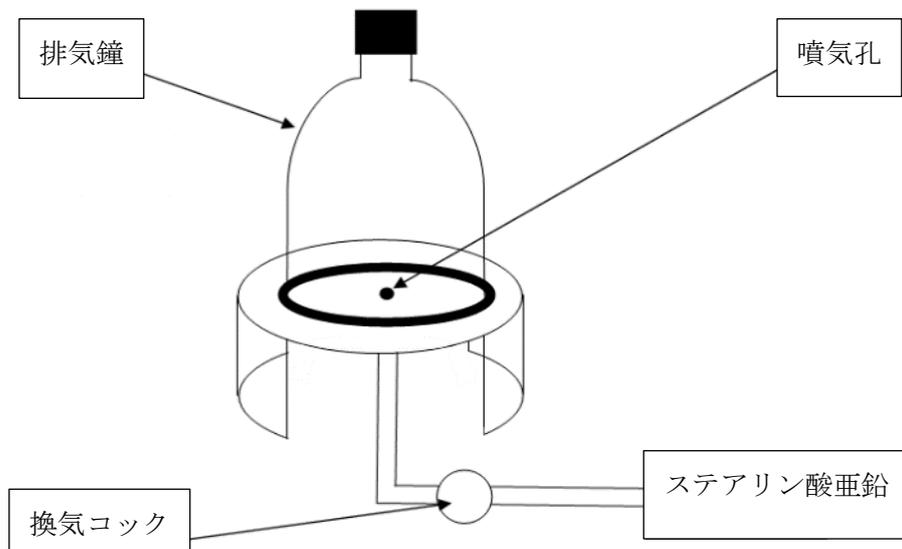


図2 装置概略(2)

3.6 補足

排気鐘内に標準大気 of 空気，ヘリウムを満たして行った実験においては，気圧を 12, 17, 22, 27mmHg に設定し，各気体においてそれぞれ 15 回ずつ実験を行った。

排気鐘内に酸素，二酸化炭素を満たして行った実験においては，気圧を 17, 20, 22, 27mmHg に設定し，各気圧においてそれぞれ 8 回ずつ実験を行った。

3.7 仮説

過去に行った研究（資料 A 参照）から，気体拡散を起こしている要因の 1 つが分子間の衝突であると考えられる。ここで，排気鐘内の構成分子を変えて実験を行うと，その分子の粒径によって衝突回数も変わると考えられる。排気鐘内の構成分子の分子径が大きくなればなるほど，衝突回数が多くなると考えられるので，分子径と気体拡散の幅には単調増加の関係があるという仮説を立てた。

4. 実験結果

実験を行うことで得られた，排気鐘内の気体ごとの，排気鐘内の気圧と気体拡散の幅のデータを資料 D に示した。

また，それぞれの気体による，気圧と気体拡散の幅の平均と，標準誤差を表 1 に示す。

表 1 各気体の気圧と気体拡散の幅の平均と標準誤差

排気鐘内の気体	気圧 [Pa]	気体拡散の幅の平均 [mm]	標準誤差
Air	1.6×10^3	1.23	0.116
	2.3×10^3	1.45	0.0856
	2.9×10^3	1.32	0.119
	3.6×10^3	1.42	0.0765
He	1.6×10^3	1.13	0.0645
	2.3×10^3	1.15	0.0398
	2.9×10^3	1.24	0.0551
	3.6×10^3	1.21	0.0277
O_2	2.3×10^3	1.20	0.0625
	2.7×10^3	1.36	0.0740
	2.9×10^3	1.21	0.0500
	3.6×10^3	1.28	0.0645
CO_2	2.3×10^3	1.48	0.0411
	2.7×10^3	1.20	0.0270
	2.9×10^3	1.28	0.0380
	3.6×10^3	1.25	0.0233

さらに、表 1 中の各気体の気圧と気体拡散の幅の平均の値の関係を図 3 に示す。この際、標準誤差の値から、エラーバーを作成し、図に示した。

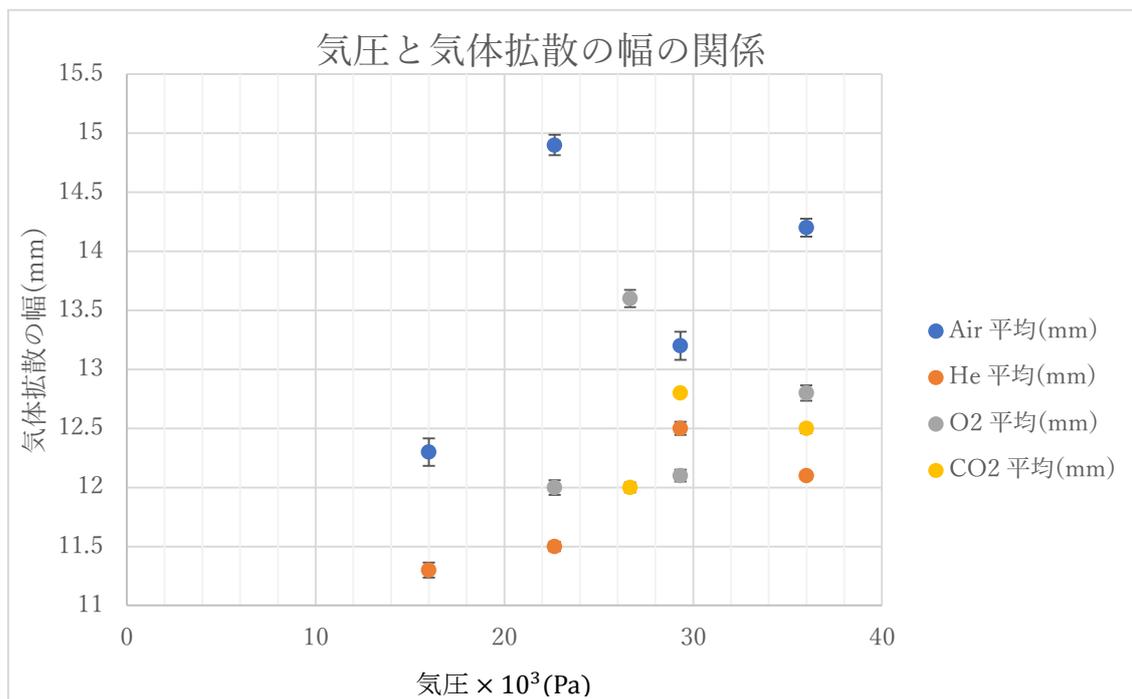


図3 気圧と空気の幅と噴気孔の直径との差の値の関係

また、それぞれの気体を別々に表し、エラーバーが非常に小さいことから、それぞれの点を滑らかな曲線で結び、図4~7に示す。

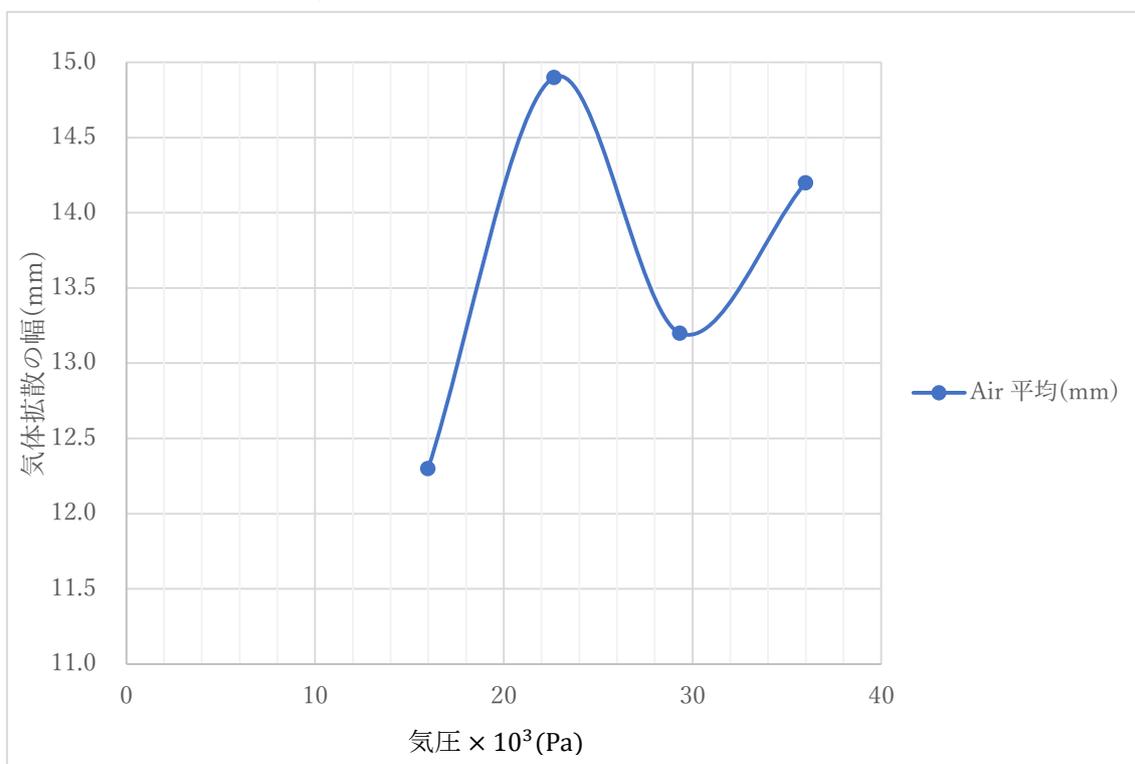


図4 排気鐘内の気体を空気にしたときの気体拡散の幅と気圧の関係

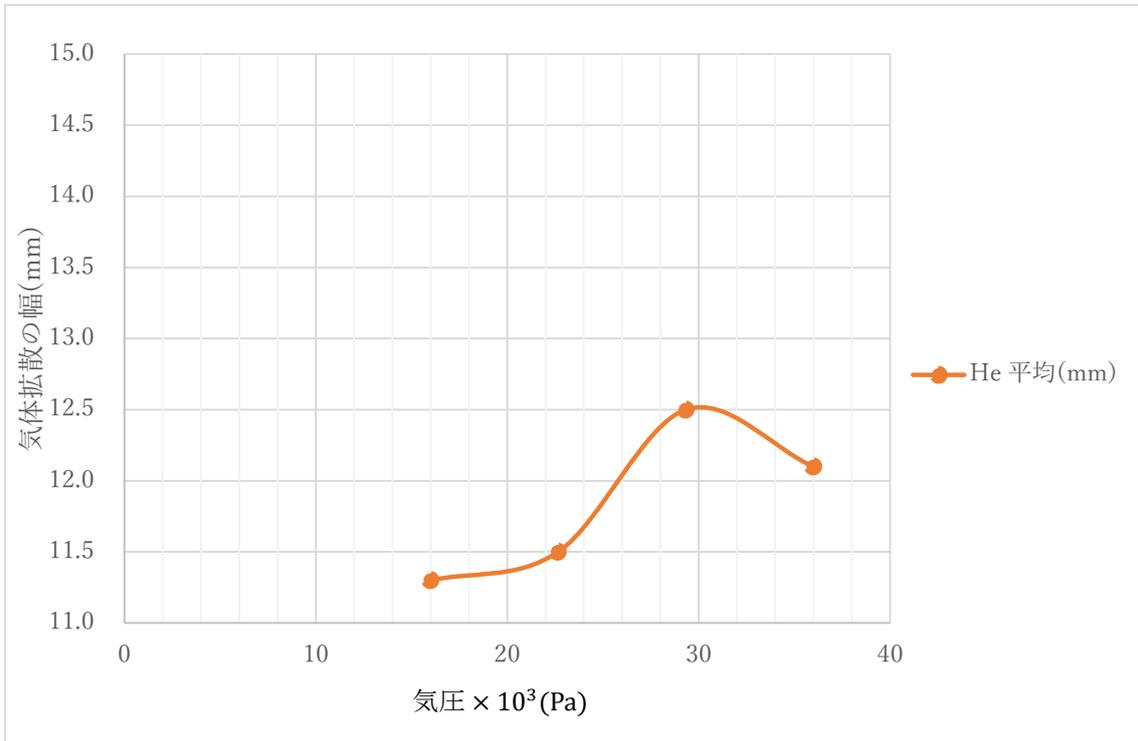


図5 排気鐘内の気体をヘリウムにしたときの気体拡散の幅と気圧の関係

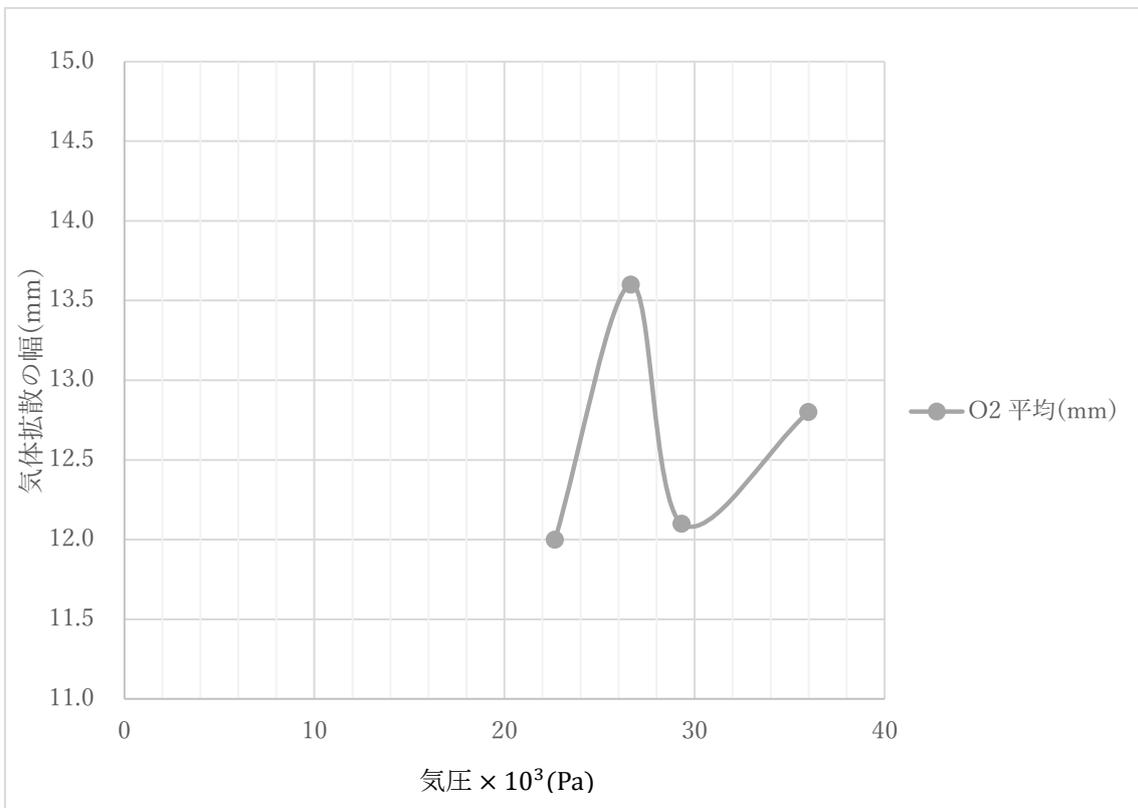


図6 排気鐘内の気体を酸素にしたときの気体拡散の幅と気圧の関係

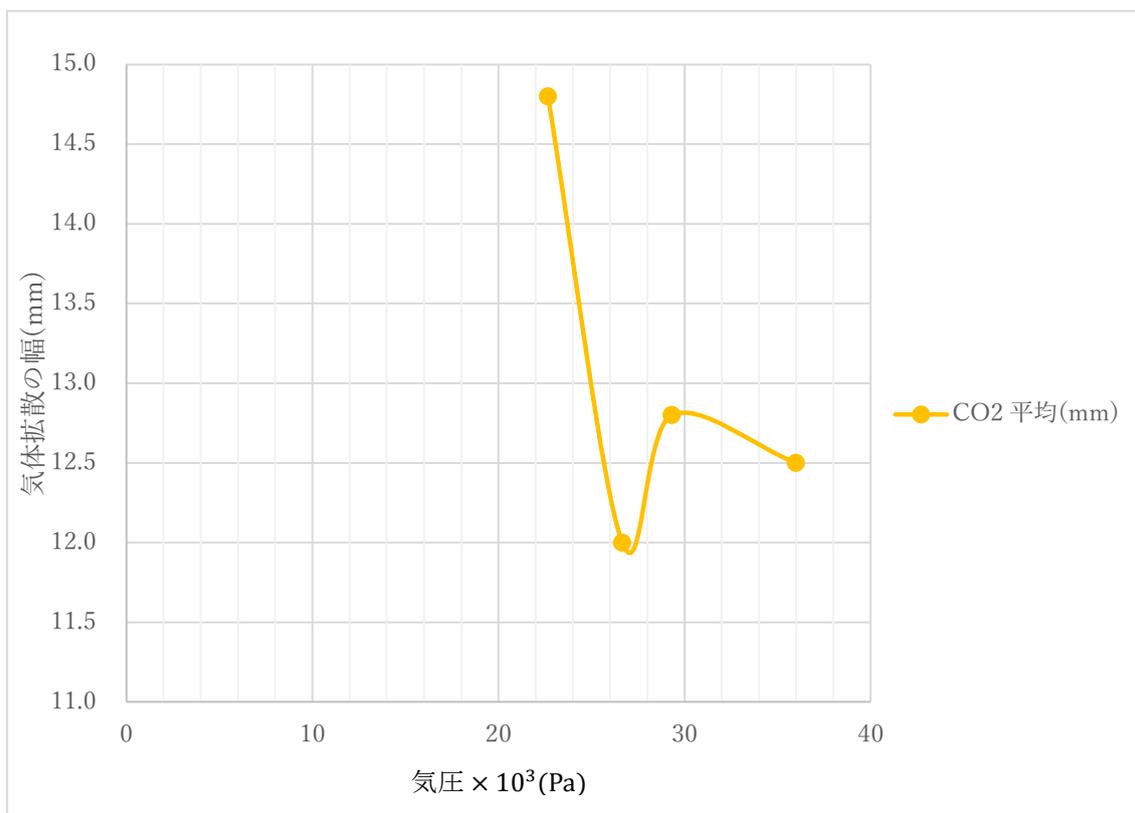


図7 排気鐘内の気体を二酸化炭素にしたときの気体拡散の幅と気圧の関係

それぞれの気体についてのグラフを見ると、空気と酸素は似通ったグラフの概形をしているが、その他の気体に関して見ると類似性はあまり見られない。

3.7 で述べた仮設の正当性を確かめるために、ファンデルワールス半径と共有結合半径のデータを用いて分子半径を算出し表 2 に示した。そして、横軸を分子径としたグラフをそれぞれの気圧ごとに、図 8~10 によって示した。この際、空気の分子径については窒素の分子径のデータを用いた。また、二酸化炭素の分子径は最も長い分子半径を求めた。

表2 ファンデルワールス半径と共有結合半径、及び分子半径

	He	N ₂	O ₂	CO ₂
ファンデルワールス半径(nm)	0.15	0.15	0.14	
共有結合半径(nm)		0.11	0.12	0.13
分子半径(nm)	0.15	0.205	0.2	0.27

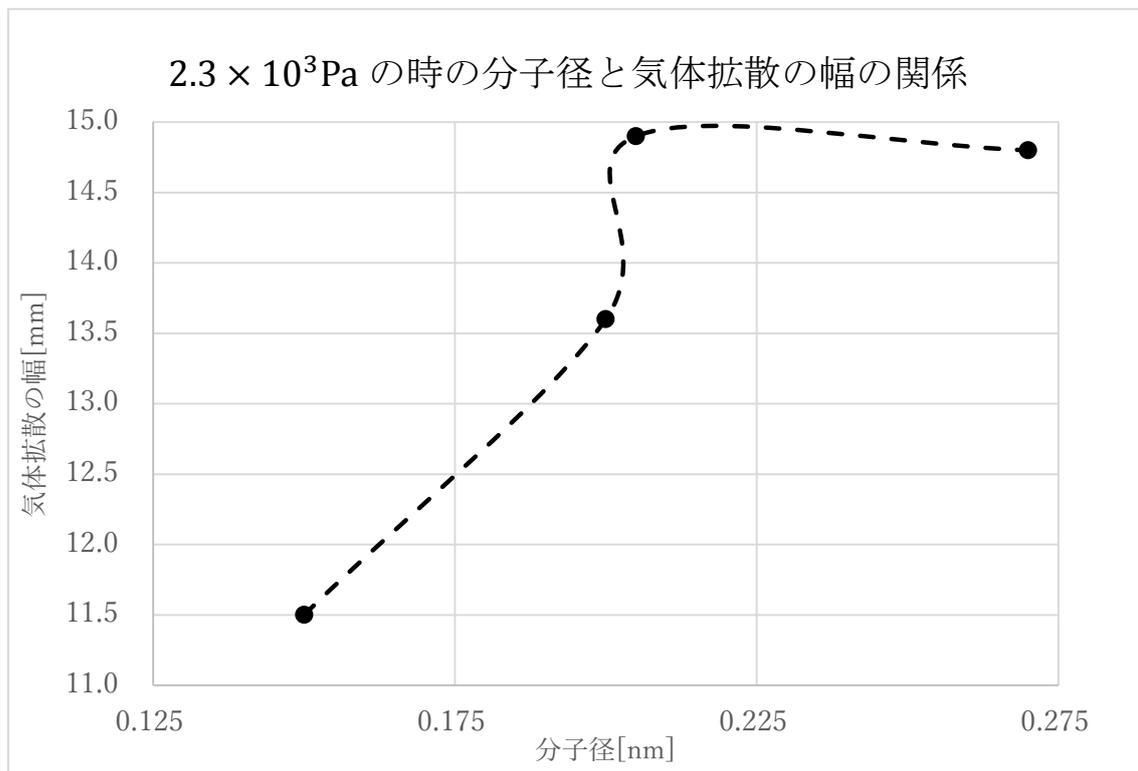


図8 排気鐘内の気圧を $2.3 \times 10^3 \text{ Pa}$ にしたときの気体拡散の幅と分子径の関係

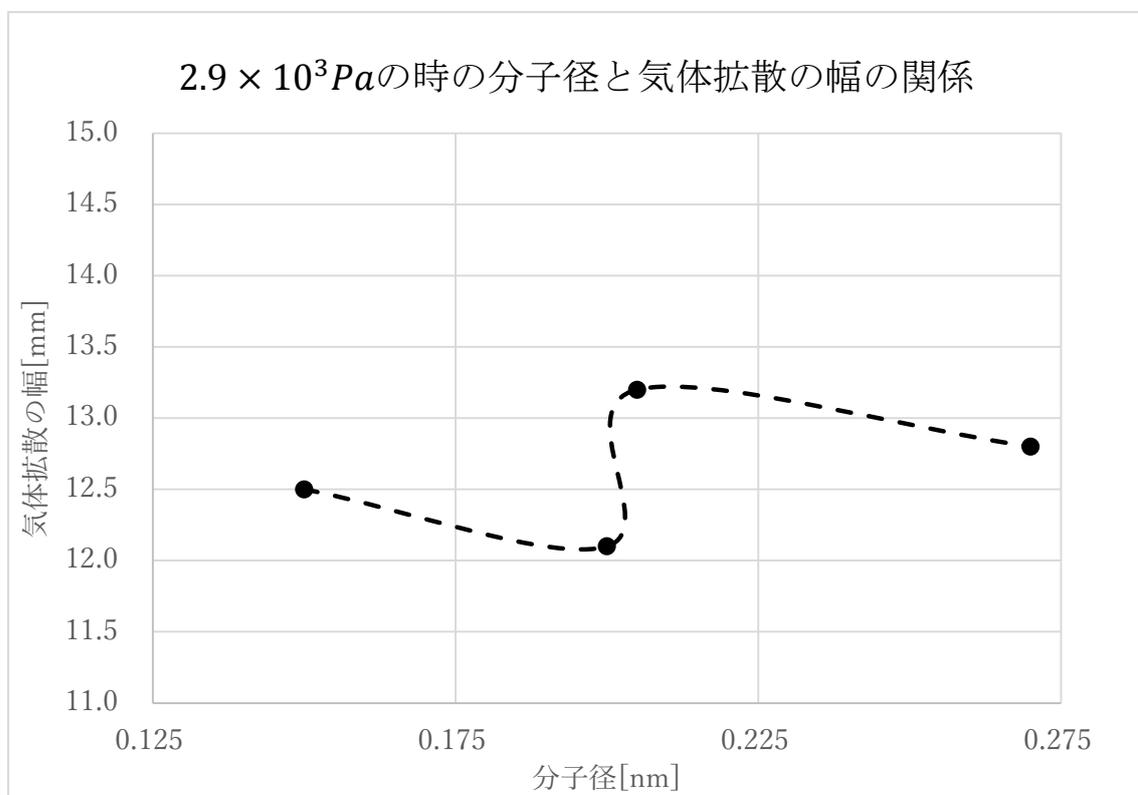


図9 排気鐘内の気圧を $2.9 \times 10^3 \text{ Pa}$ にしたときの気体拡散の幅と分子径の関係

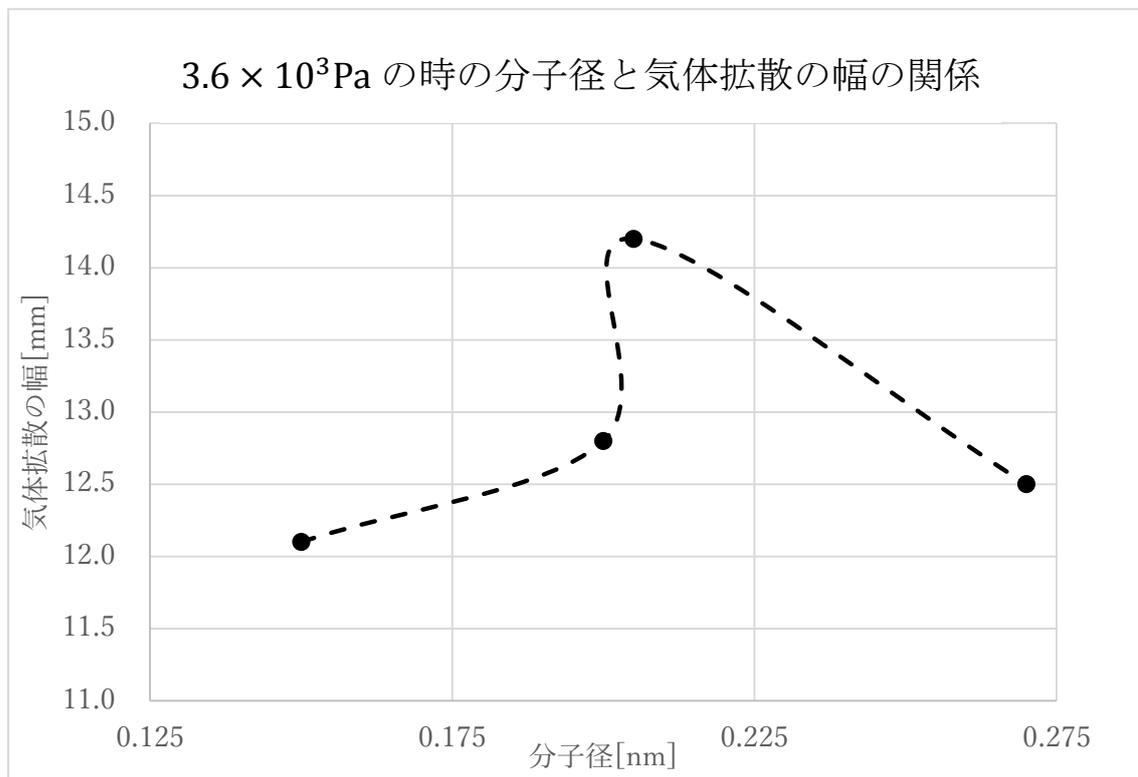


図10 排気鐘内の気圧を $3.6 \times 10^3 \text{ Pa}$ にしたときの気体拡散の幅と分子径の関係

3.7の仮説では分子半径と気体拡散の幅には単調増加の関係があると考えていた。しかし図8~10から見て分かるように、そのような関係性は見られなかった。

5. 考察

図8~10を見ると、気圧ごとに分子半径と気体拡散の幅のグラフの概形は大きく異なっている。したがって、分子間の衝突以外の影響も考えなければ気体拡散という現象を理解することはできないと考えられる。そこで、分子間力について考えることとする。ただし、分子間の衝突も気体拡散に何らかの影響を及ぼしていることは考えられるため、分子間力と分子半径の二つの影響について考えることとする。この二つの影響について考えるため、ファンデルワールスの実在気体の状態方程式を用いる。

ファンデルワールスの実在気体の状態方程式は以下の通りである

$$\left(P + \frac{n^2}{V^2} a \right) (V - nb) = nRT$$

ここで、 P は気圧[Pa]、 V は体積[L]、 n は物質質量、 R は気体定数、 T は絶対温度[K]、 a 、 b はファンデルワールス定数であり、 a は気体の分子間力を考慮した際の補正項であり、 b は気体の分子自身の体積を考慮した際の補正項である。

ここで、この a を含む項と b を含む項に着目する。今回の実験では、排気鐘内の体積は変化させていないため定数と考え、 a は n の二乗に比例し、 b は n の一乗に比例している。したがって、 a を含む項の影響が b を含む項の影響と比べて相対的に強く表れるような n の値の範囲と、逆に b を含む項の影響が a を含む項の影響と比べて相対的に強く表れるような n の値の範囲があると考えられる。

また、気圧は単位体積内にどれだけの量の気体が存在するの概念であると解釈することができ、今回の実験は温度は一定で行ったため、この n の値は今回の実験では P の値に対応していると考えられる。

以上から、 a は分子間力を表す項、 b は分子自身の体積を表す項であるから分子間力の影響が分子自身の体積、つまり粒径の影響に比べて相対的に強く表れるような気圧の値の範囲と、分子自身の体積、つまり粒径の影響が分子間力の影響に比べて相対的に強く表れるような気圧の値の範囲が存在すると考えることができる。

この考え方を基にして気圧と気体拡散の関係を考えた時に、実際に実験すると得られるであろう実験値を考えたのが図 11 である。実線は分子間力の影響も粒径の影響も受ける実際の気体を考えている。

また、点線は分子間力の影響も分子自身の体積の影響も受けないような理想的な気体を考えた時に取りうる値である。気体拡散の幅は、気圧が大きくなる、つまり気圧差が小さくなるほど大きくなる。なぜなら気圧傾度力(付録 B 参照)が小さくなり気圧差が大きい時と比べて気体が噴射される速さが小さくなるため、気体が拡散される方向の速度ベクトルの大きさが相対的に大きくなるからである。したがって、十分大きい気圧の区域で気体拡散の幅を考えた時、その値は単調に増加することが考えられる。また、今回の実験では気圧を非常に小さい値で、かつ小さい範囲で行っている。そこで、今回の実験の区域では、理想的な気体の取りうる値を近似的に直線形で示す。

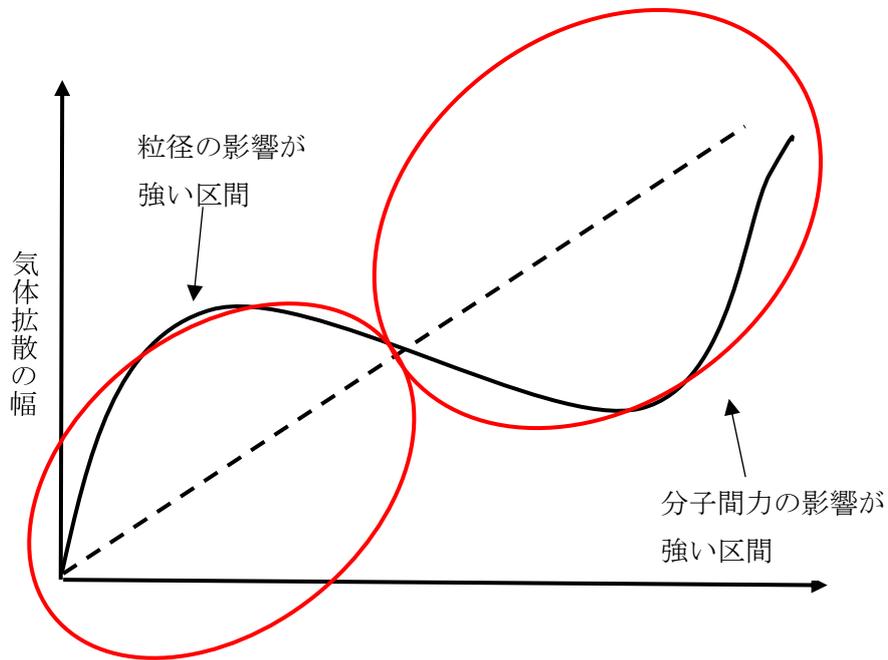


図 11 分子間力と粒径の影響

粒径の影響が大きくなると、分子間の衝突回数が多くなると考えられ、また、分子間の衝突回数が多くなれば多くなるほど、気体拡散の幅が大きくなると考えられる。したがって、実験値は粒径の影響を考えないような理想的な気体と比べて気体拡散の幅は大きくなる。

また、分子間力の影響が大きくなると、空気を噴射する排気鐘内の気体の分子間の結合が強くなるので、拡散されにくくなる。したがって、実験値は分子間力の影響を考えないような理想的な気体と比べて気体拡散の幅は小さくなる。

この考察を基に、各気体における実験結果に、粒径の影響も分子間力の影響も考えないような理想的な気体を考えた時にとりうるであろう実験値を考えて補助線を引き、図 12～15 に示した。

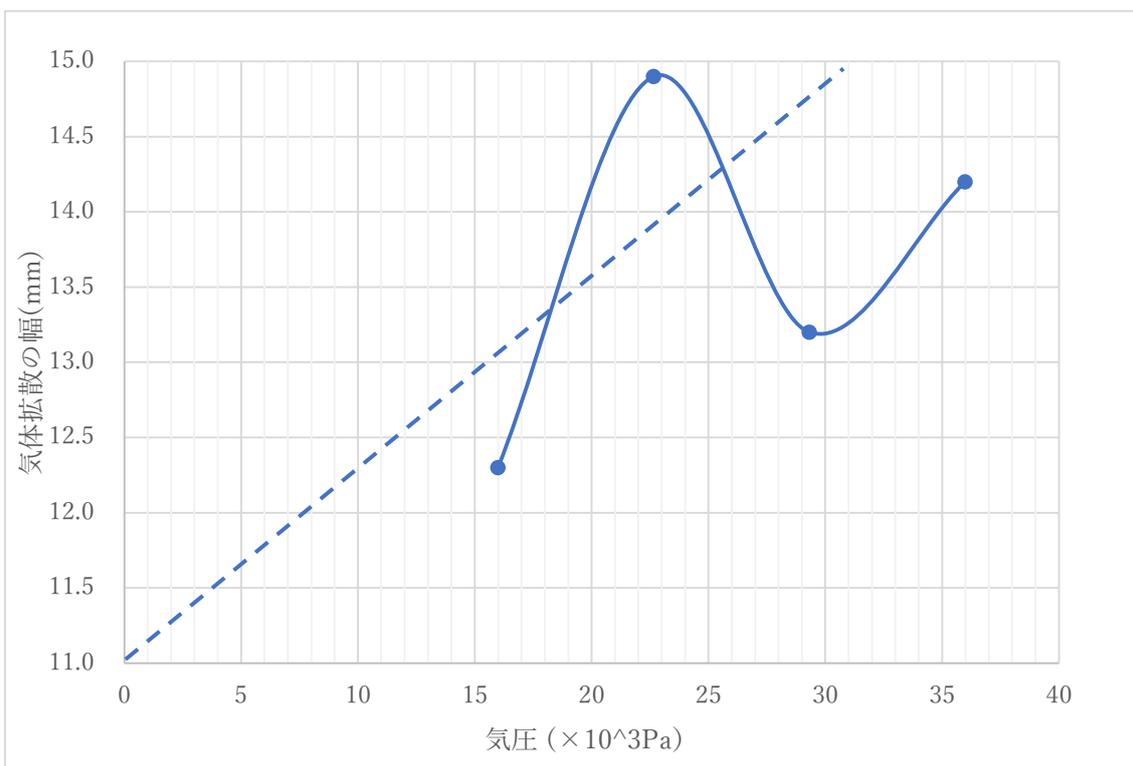


図12 排気鐘内の気体を空気にしたときの実験値に理想的な気体を取りうる値を点線で示したもの

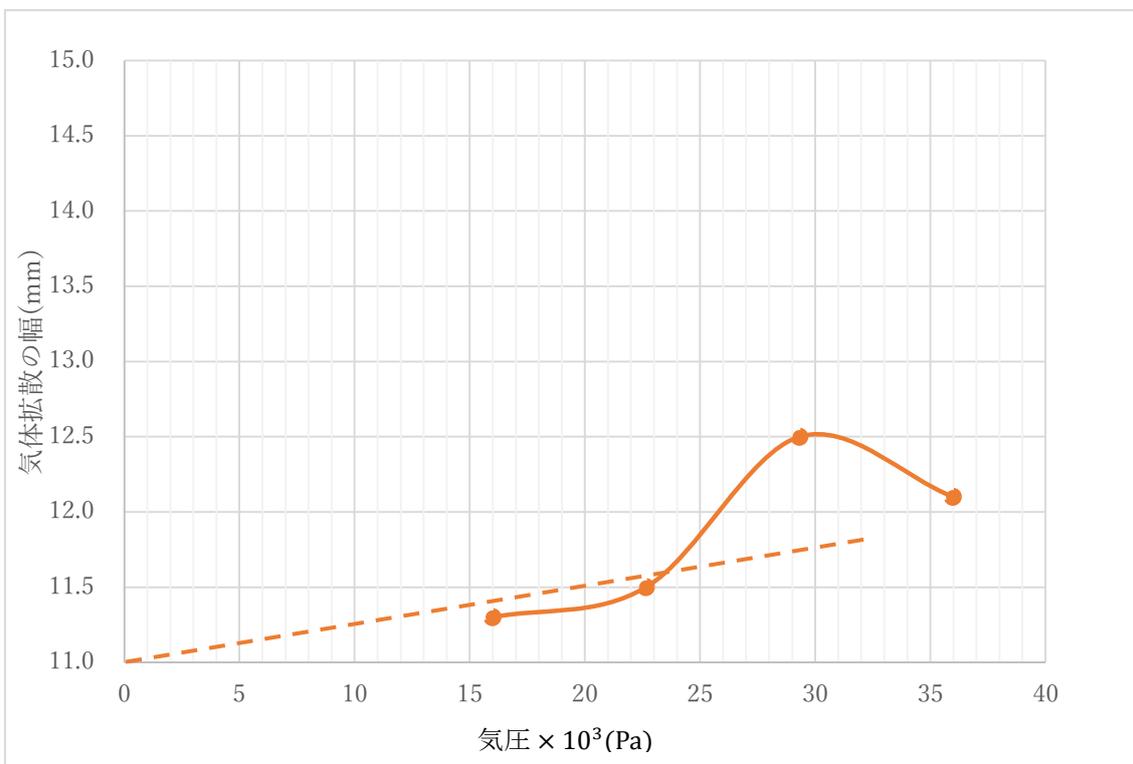


図13 排気鐘内の気体をHeにしたときの実験値に理想的な気体を取りうる値を点線で示したもの

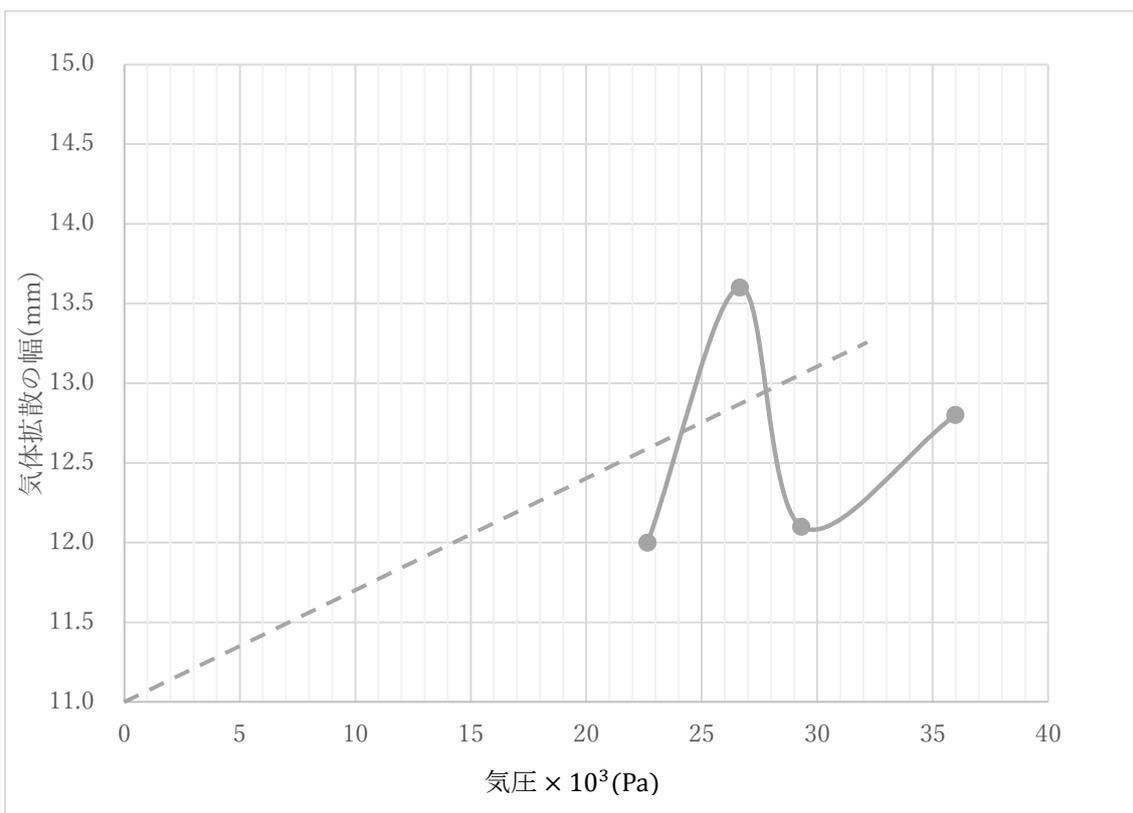


図 14 排気鐘内の気体をO₂にしたときの実験値に理想的な気体を取りうる値を点線で示したもの

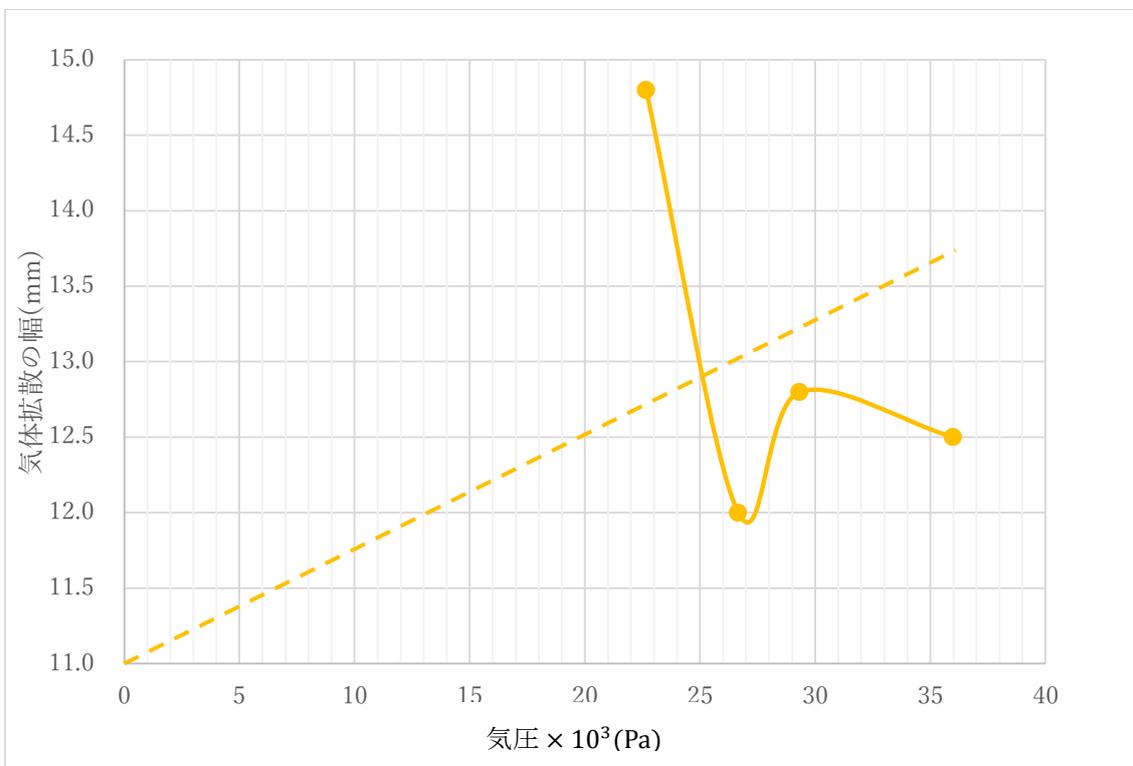


図 15 排気鐘内の気体をCO₂にしたときの実験値に理想的な気体を取りうる値を点線で示したもの

図 12~15 のように点線で補助線を引くことで、一見何の関係性も無いように思える実験結果でも、分子間力の影響を相対的に強く受けるような気圧区域、また、粒径の影響を相対的に強く受けるような気圧区域に分けて考えることができる。

また、酸素と空気の概形が似通った形になっていることに関しては、酸素と空気は分子径がとても近く、さらに分子間力の大きさも非常に近い値であるためであると考えられることができる。

また、ヘリウムの実験結果で点線と実線の差が小さいことに関しては、ヘリウムの粒径がとても小さく、分子間力もとても小さいためであるためであると考えられることができる。

さらに、二酸化炭素の実験結果でヘリウムとは対照的に、点線と実線の差が大きいことに関しては、二酸化炭素は分子径がとても大きく、分子間力もとても大きいためであると考えられることができる。

以上から、分子間力と粒径の影響を考えることによって、気体拡散という現象を捉えることができるということが示唆できた。

6. 結論

ここで、考察での実線と点線の交点が何を意味しているのかについて考える。これは、実際に実験を行った値が、分子間力の影響も粒径の影響も受けないような理想的な気体を取りうるような値と等しいということである。つまり、この交点が示す気圧では、気体は分子間力の影響と分子間力の影響が打ち消し合って、理想的な気体と同じように振舞うということが考えられる。

つまり、今後今回の研究で行った実験を、さらに多くの気圧、そして異なる種類の気体で行い、各気体の気圧ごとの気体拡散の幅を計測し、実線と点線の交点を調べ、その気圧を調べる事によって、気体を、粒径の影響も分子間力の影響も考えないような理想的な気体として扱い、実験を行うことができるようになるということである。

本研究で、気体拡散という身近な現象をもとに、今後気体を用いた実験が粒径の影響と分子間力の影響を考えなくてもよいという、非常に行きやすい条件を見出すことが可能であるということが示唆できた。この研究結果が今後の気体を用いた実験を行う際の基盤になることを期待している。

7. 参考文献

- (1)株式会社八光電機. 各種物質の性質： 空気の組成・海水の成分.
〈<http://www.hakko.co.jp/qa/qakit/html/h01090.htm>〉. (情報入手日 2017/8/22) .
- (2)種子田定俊. (1996). 流れの可視化.
- (3)HULINKS. サポート. CrystalMaker. 元素, 原子半径と周期表.

- 〈https://www.hulinks.co.jp/support/c-maker/qa_05.html〉 . (情報入手日 2017/9/11).
- (4)気象庁. 予報用語 気圧・高気圧・低気圧に関する用語.
〈http://www.jma.go.jp/jma/kishou/known/yougo_hp/haichi1.html〉 .
(情報入手日 2017/9/11)
- (5)大気の熱力学. 東京学芸大学気象学研究室.
〈<http://kishou.u-gakugei.ac.jp/lectures/basic/doc02.pdf>〉 . (情報入手日 2017/9/18).
- (6)気圧傾度力.
〈http://www.meteoffice.info/1analysis_folder/pages_rikigaku/603_foldwe/6_13.htm〉 .
(情報入手日 2017/9/18)
- (7)和光純薬工業株式会社. 製品詳細情報. ステアリン酸亜鉛.
〈<http://www.siyaku.com/uh/Shs.do?dspCode=W01W0126-0039>〉 .
(情報入手日 2017/9/18).
- (8)分子衝突と速度分布.
〈[http://ir.nul.nagoya-u.ac.jp/jspui/bitstream/2237/16107/17/3_%E4%BA%8C%E4%BD%93%E8 %A1%9D%E7%AA%81.pdf](http://ir.nul.nagoya-u.ac.jp/jspui/bitstream/2237/16107/17/3_%E4%BA%8C%E4%B D%93%E8 %A1%9D%E7%AA%81.pdf)〉 . (情報入手日 2017/9/18)
- (9) 化学辞典第一版第一刷 . 東京化学同人 .(情報入手日 2018/3/15)

8. 謝辞

今回の研究を進めるにあたって、多くの方々に協力をしていただきました。水野先生、貴村先生には、研究で行き詰ったときに多くの助言を頂きました。研究に携わって下さった先生方に感謝の意を申し上げます。

資料A 衝突回数の導出

分子間の衝突回数について考える際にあたって、著者は衝突回数の考え方に関する以下の情報を入手した。

単位体積当りの気体分子数が n_p であるような大きな容器中の均質な低密度気体を考える。 n_p は粒子数密度、又は、数密度 (number density) と呼ばれる。この数密度に各分子の質量を掛ければ通常密度、質量密度になる。このような気体中で、 v の速度を持ち、ある方向に運動する分子 1 個を考える。図 A-1 に示すように、速度の大きさ v 、半径 d_0 の球状分子が、時間 Δt の間に滞在する円筒状領域体積は、 $\sigma = v \cdot \pi d_0^2 \cdot \Delta t$ である。もし、この領域に他の分子が存在すれば、必ず分子間衝突が起こる。他の分子が 1 個あれば 1 回の衝突、2 個あれば 2 回の衝突、・・・と考える。

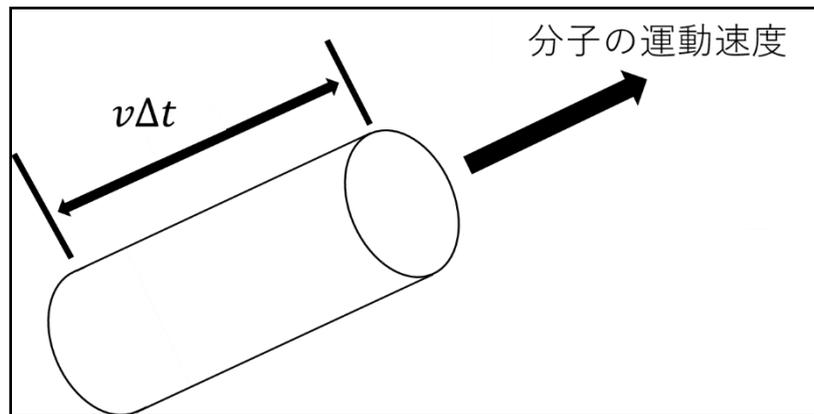


図 A-1 速度 v 、半径 d_0 の球状分子が Δt の時間内に滞在する円筒状領域

円筒状体積 σ の中に存在する分子数は、粒子密度 n_p とその体積 $v \cdot \pi d_0^2 \cdot \Delta t$ の積で与えられる。これを Δt で割れば、単位時間内の分子の衝突回数 (ω_c) となる。

$$\omega_c = n_p \cdot \pi d_0^2 \cdot v$$

(参考文献(8)より、一部改変)

今回はこの考え方をを用いて衝突回数について議論する。今回の実験ではステアリン酸亜鉛を用いて空気の流れの可視化を行ったため、ステアリン酸亜鉛の粒子は排気鐘内の空気分子と排気鐘内に噴射される空気分子との衝突に何らかの影響を与えていると考えられる。ただし、今回の実験では空気の流れを目視する必要があったため、ステアリン酸亜鉛を空気の流れに混濁させたが、本来の自然科学の現象として考えると実際に排気鐘内部の空気分子と衝突するのはゴム管内に存在する空気分子であるはずである。また、参考文献(2)

では、トレーサ粒子は流体の動きに正しく追従することが述べられている。したがって、この考察では n_p を排気鐘中の空気の粒子密度、 d_0 を空気の分子の分子径、 v を空気の分子1つの速度とし、ステアリン酸亜鉛の粒子については考慮しないこととする。また、排気鐘内に噴射される空気分子同士の衝突は、排気鐘内の空気分子と排気鐘内に噴射される空気分子との衝突と比べると気圧の変化による影響は小さいと考えられるため、排気鐘内に噴射される空気分子同士の衝突は無視して考える。さらに、排気鐘内の気体は理想気体であるとして議論することとする。

ここで、乾燥空気の平均分子量はほぼ一定であるとみなすことができ、状態方程式を変形すると以下のようになる。ただし、 P は圧力[Pa]、 ρ は密度[kg/L]、 R は気体定数、 M は分子量[kg/kmol]、 T は温度[K]である。

$$P = \rho \frac{R}{M} T \quad (1)$$

地球の乾燥大気の分子量を 28.97[kg/kmol]とみなすと、 R/M は 287J/(kg·K)となり、(1)式は次のように整理することができる。

$$\rho = \frac{P}{287 \cdot T} \text{ [kg/L]} \quad (2)$$

ここで、空気の分子1つの質量について考える。空気の分子 1kmol=6.02・10²⁶個の質量が 28.97[kg]となるため、空気の分子1つあたりの質量は

$$\frac{28.97}{6.02 \cdot 10^{26}} \text{ [kg/個]} \quad (3)$$

と計算され、数密度に分子1つの質量を掛ければ密度となることから、数密度は

$$n_p = \frac{P}{287 \cdot T} \cdot \frac{6.02 \cdot 10^{26}}{28.97} = \frac{P \cdot 6.02 \cdot 10^{26}}{287 \cdot T \cdot 28.97} \text{ [個/L]} \quad (4)$$

と求められる。

一方、空気1つの分子に働く力について考える。まず、水平方向の気圧差によって生じる力を気圧傾度力と呼び、以下の式で表される。気圧傾度力についての詳細な説明は、資料Bに示す。

$$\text{気圧傾度力} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta l} \cdot 10^3 \text{ [N/kg]} \quad (5)$$

ここで、 ρ は大気の密度[kg/L]、 ΔP は図A-2でのAIJD-ELKHとIBCJ-LFGK間の気圧差[Pa]、 Δl はABの長さ[m]である。ここで、図A-3のように、実験図概要の換気コック

の部分に一辺の長さが微小な立方体 ABCD-EFGH を考える。また、換気コックで区切られた断面の四角形を IJKL で表し、 $AB=\Delta l[m]$ 、 $AI=\frac{1}{2}\Delta l[m]$ とする。

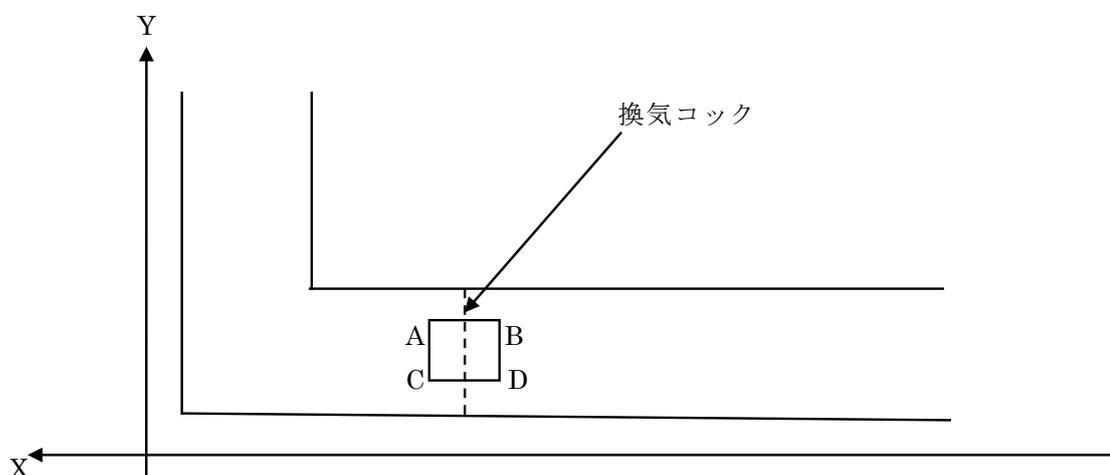


図 A-2 実験図 換気コック部

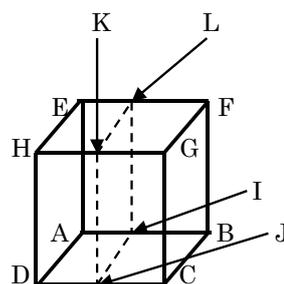


図 A-3 立方体 ABCD-EFGH

ここで、直方体 AIJD-ELKH の気圧を P_1 、IBCJ-LFGK の気圧を P_2 とすると、(2)式より、立方体 ABCD-EFGH の密度は、

$$\rho = \frac{1}{2} \left(\frac{P_1}{287 \cdot T} + \frac{P_2}{287 \cdot T} \right) [\text{kg/L}] \quad (6)$$

と表すことができるから、今回の実験で働く気圧傾度力は

$$-\left(\frac{2 \cdot 287 \cdot T}{P_1 + P_2} \right) \cdot \frac{\Delta P}{\Delta l} \cdot 10^3 [\text{N/kg}] \quad (7)$$

である。ただし、これは立方体 ABCD-EFGH 中に含まれている空気の単位質量[kg]あたりに働く力であり、空気の分子 1 つに働いている力ではない。(3)式より、空気の分子 1 つあ

たりの質量[kg]が求まっているので、空気の分子1つ当たりに働く力は、以下のようになる。

$$-\left(\frac{2 \cdot 287 \cdot T}{P_1 + P_2}\right) \cdot \frac{\Delta P}{\Delta l} \cdot 10^3 \cdot \frac{28.97}{6.02 \cdot 10^{26}} \quad (8)$$

ここで、分子は、はじめ X 軸正の向きに速度を持って運動し、壁に衝突すると、X 軸方向の速度を失い、全ての速度が Y 軸正方向に変換されると仮定する。すると、衝突前後の粒子の速度(v_x , v_y , v_z)には以下の関係が成り立つ。

$$(v, 0, 0) \rightarrow (0, v, 0) \quad (9)$$

また、気圧傾度力は常に分子の運動する方向に働いていると考える。換気コックから噴気孔までの距離は 0.214m であったので、1つの空気の分子に対して気圧傾度力による仕事が 0.214m 働くと考えると、エネルギーと仕事の関係から

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{28.97}{6.02 \cdot 10^{26}} \cdot v^2 = \left(\frac{2 \cdot 287 \cdot T}{P_1 + P_2}\right) \cdot \frac{\Delta P}{\Delta l} \cdot 10^3 \cdot \frac{28.97}{6.02 \cdot 10^{26}} \cdot 0.214 \quad (10)$$

が成り立つため、分子1つの速度は

$$v = \sqrt{\frac{1}{\frac{28.97}{2 \cdot 6.02 \cdot 10^{26}}} \cdot \left(\frac{2 \cdot 287 \cdot T}{P_1 + P_2}\right) \cdot \frac{\Delta P}{\Delta l} \cdot 10^3 \cdot \frac{28.97}{6.02 \cdot 10^{26}} \cdot 0.214} = \sqrt{\frac{245.672 \cdot 10^3 \cdot T \cdot \Delta P}{(P_1 + P_2) \cdot \Delta l}} \quad (11)$$

である。

以上から、(4)式の P は(11)式の P_1 と同じ値であるので、(4)、(11)式より、分子同士の衝突回数は、

$$\omega_c = \frac{P_1 \cdot 6.02 \cdot 10^{26}}{287 \cdot T \cdot 28.97} \cdot \pi d_0^2 \cdot \sqrt{\frac{245.672 \cdot 10^3 \cdot T \cdot \Delta P}{(P_1 + P_2) \cdot \Delta l}} \quad (12)$$

と表せる。

ここで、今回の考察では、分子同士の衝突回数と気圧の間にどのような関係があるのかについて考えている。よって気圧変化によって変化しない値を定数とおいて考える。排気鐘内の気圧を下げた時、排気鐘内部に存在する空気の分子の数も減り、結果温度変化はわずかなものになると考えられる。よって気圧変化での温度変化は微小変化であるとする、(12)式での気圧によって変化しない値、つまり

$$\frac{6.02 \cdot 10^{26}}{287 \cdot T \cdot 28.97} \cdot \pi d_0^2 \cdot \sqrt{\frac{245.672 \cdot 10^3 \cdot T}{\Delta l}} \quad (13)$$

を定数とみなし、 α とにおいて(12)式を整理すると、

$$\omega_c = P_1 \sqrt{\frac{P_2 - P_1}{P_1 + P_2}} \cdot \alpha \quad (14)$$

が得られる。

この(14)式を用いて、 P_2 を1気圧とした時に、 P_1 を実験で用いた気圧の範囲内で変化させて衝突回数を算出した結果を次の図 A-4 に示す。

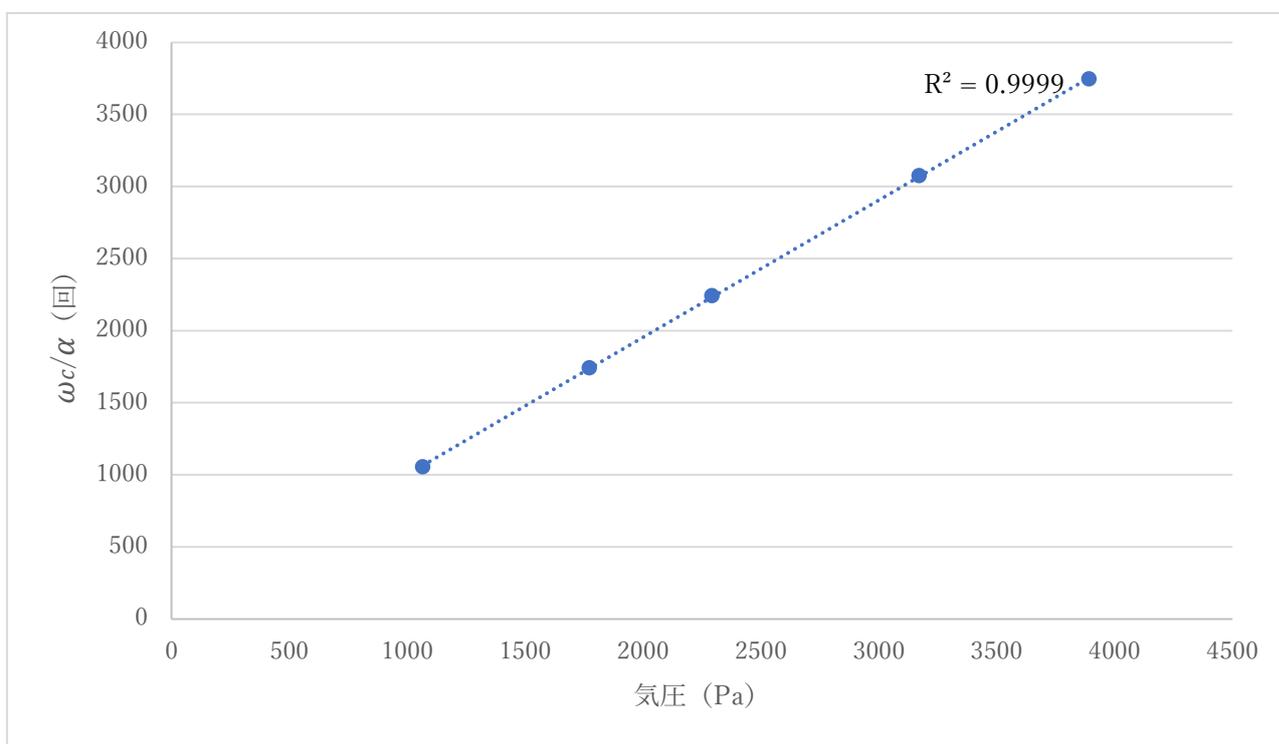


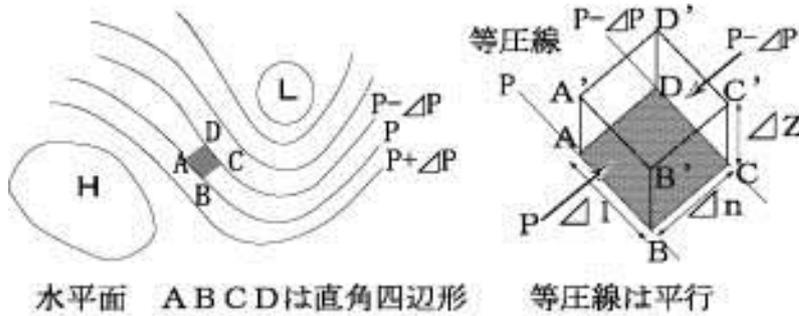
図 A-4 排気鐘内部の気圧と衝突回数の関係

図 A-4 から、気圧と衝突回数には一次関数形の関係があり、単調増加であるため、気圧が大きくなると衝突回数も増える。したがって、気圧と空気の流れの関係を生み出している要因の1つが分子間の衝突回数であると考えられる。

資料 B 気圧傾度力について (気圧傾度力より引用 一部改変)

水平面(等高度面, 等圧面)上で圧力差がある場合について考える。図 B-1 左図はある等高度面(例えば地上天気図)の気圧分布である。実際の等圧線は大なり小なり曲線を描くが, 大規模スケールでは, ある時間・ある場所では近似的に等圧線は平行(直線)とみなすことができる。

今回の実験では等圧線はスイッチの部分にあり, 直線とみなすことができる。



水平面 ABCDは直角四辺形 等圧線は平行

図 B-1 気圧傾度力 (一般気象学 : 小倉義光から作図)

ここで2つの等圧線の上に直角四辺形 ABCD を考える。

- AB と CD は等圧線 $P[\text{Pa}]$, $P + \Delta P[\text{Pa}]$ にあり, 平行で距離を $\Delta l [\text{m}]$
- AD と BC は等圧線に直角で距離を $\Delta n [\text{m}]$ とする。

ABCD を底面とし深さを $\Delta z [\text{m}]$ とする直方体の空気塊を考える(図 C-1 右)。

この空気塊へ働く水平方向の力を考える。

- ADD'A'面と BCC'B'面は同じ等圧線上にあり, 圧力差はない。
- ABB'A'面と CC'D'D'面は圧力差がある。
- ABB'A'面の圧力: $P\Delta l\Delta z$

$$P(\text{単位面積あたり}) \times \text{面積}(\Delta l \times \Delta z)$$

- CC'D'D'面の圧力: $(P + \Delta P)\Delta l\Delta z$

したがって, 両面には差し引き $\Delta P\Delta l\Delta z$ の気圧差がある。この空気の立方体の単位質量あたりで考える。

- この空気塊(直方体)の体積は $\Delta l\Delta n\Delta z [\text{m}^3]$
- 空気の密度を $\rho [\text{kg}/\text{m}^3]$ とすると空気塊の質量は $\rho\Delta l\Delta n\Delta z [\text{kg}]$

気圧差を質量で割り, 気圧が大きくなる方向と力の方向が逆なので - 符号を付けると, 単位質量あたり,

水平方向の気圧傾度力 $= -\frac{1}{\rho} \frac{\Delta P}{\Delta n}$ となる。気圧傾度力は等圧線と直角に, 高圧部から低圧部に向かって働く。

資料 C 実験の様子

まず、排気鐘と真空ポンプをつなぎ、排気鐘内の気圧を下げる。



図 C-1 排気鐘と真空ポンプをつないだ写真

換気コックを用いて排気鐘内とゴム管との接続をいったん遮断した後に、ステアリン酸亜鉛を含んだ容器と排気鐘とを接続させる。



図 C-2 排気鐘とステアリン酸亜鉛を含んだ容器をつないだ写真

換気コックを用いてゴム管と排気鐘とを接続させると、気圧差によってステアリン酸亜鉛を含んだ空気が排気鐘内に噴射される。

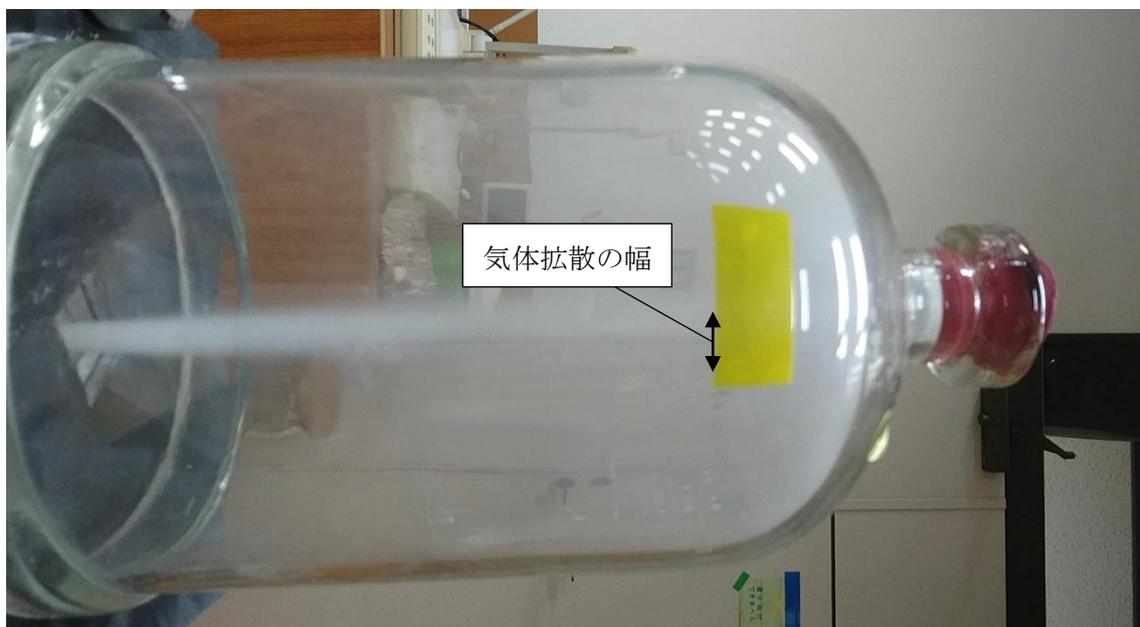


図 C-3 排気鐘にステアリン酸亜鉛を噴射したときの写真

排気鐘内にステアリン酸亜鉛を含んだ空気を噴射するという一連の流れを映像に撮り、それをスローに編集することで、ステアリン酸亜鉛を含んだ空気が排気鐘の最上部に到達した瞬間の、図 C-3 に示した気体拡散の幅を測定する。

資料 D 実験結果

4.3 で述べた回数実験を行ったが、気体拡散の幅を明確に測ることができなかったものもあり、その場合は数値データをとれなかったため、以下の表に載せているデータの数は 4.2 で述べた回数よりも少なくなっている。

D.1 排気鐘内の気体：酸素

気圧[Pa]	気体拡散の幅[mm]	平均[mm]	標準誤差
2.3×10^3	1.02	1.20	0.0625
	1.01		
	0.956		
	1.15		
	1.30		
	1.42		
	1.31		
	1.42		
2.7×10^3	1.28	1.36	0.0740
	1.24		
	1.17		
	1.28		
	1.37		
	1.81		
	1.15		
	1.56		
2.9×10^3	1.31	1.21	0.0500
	1.04		
	1.08		
	1.23		
	1.39		
	1.23		
3.6×10^3	1.57	1.28	0.0645
	1.22		
	1.47		
	1.15		
	1.16		
	1.34		
	1.06		

D.2 排気鐘内の気体：二酸化炭素

気圧[Pa]	気体拡散の幅[mm]	平均[mm]	標準誤差
2.3×10^3	1.57	1.48	0.0411
	1.60		
	1.57		
	1.47		
	1.22		
	1.53		
	1.45		
	1.41		
2.7×10^3	1.15	1.20	0.0270
	1.19		
	1.16		
	1.38		
	1.16		
	1.12		
	1.18		
	1.25		
2.9×10^3	1.40	1.28	0.0380
	1.10		
	1.40		
	1.27		
	1.31		
	1.19		
3.6×10^3	1.24	1.25	0.0233
	1.32		
	1.20		
	1.18		
	1.27		
	1.39		
	1.25		
	1.19		
1.24			

D.3 排気鐘内の気体：空気

気圧[Pa]	気体拡散の幅[mm]	平均[mm]	標準誤差
1.6 × 10 ³	0.815	1.23	0.116
	0.910		
	1.19		
	1.57		
	1.38		
	1.51		
2.3 × 10 ³	1.20	1.45	0.0856
	1.41		
	2.04		
	1.34		
	1.67		
	1.74		
	1.09		
	1.26		
	1.38		
1.35			
2.9 × 10 ³	1.46	1.32	0.119
	1.05		
	1.59		
	2.02		
	1.21		
	0.431		
	1.05		
	2.00		
	1.05		
	1.17		
	1.45		
1.38			
3.6 × 10 ³	1.10	1.42	0.0765
	1.55		
	1.13		
	1.36		
	1.57		
	1.56		
	1.20		
	1.60		
	1.16		
	1.45		
1.98			

D.4 排気鐘内の気体：ヘリウム

気圧[Pa]	気体拡散の幅[mm]	平均[mm]	標準誤差
1.6 × 10 ³	1.26	1.13	0.0645
	1.61		
	1.15		
	1.15		
	0.906		
	1.19		
	1.03		
	0.824		
	0.924		
	1.05		
	1.35		
	2.3 × 10 ³		
1.14			
1.06			
1.31			
1.43			
1.14			
1.14			
0.929			
1.15			
1.09			
1.21			
2.9 × 10 ³	1.43	1.24	0.0551
	1.23		
	1.35		
	0.874		
	1.02		
	1.35		
	1.09		
	1.07		
	1.68		
	1.34		
	1.45		
	1.15		
	1.28		
	1.01		
3.6 × 10 ³	1.14	1.21	0.0277
	1.35		
	1.30		
	1.31		
	1.19		
	1.11		
	1.15		
	1.08		
	0.989		
	1.22		
	1.13		
	1.19		
	1.34		
	1.33		
	1.32		